

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕПАРТАМЕНТ ГУМАНІТАРНОЇ ПОЛІТИКИ
ВІННИЦЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ
КОМУНАЛЬНИЙ ЗАКЛАД ВИЩОЇ ОСВІТИ
«ВІННИЦЬКА АКАДЕМІЯ БЕЗПЕРЕРВНОЇ ОСВІТИ»

Другий етап Всеукраїнської олімпіади юних математиків 2021-2022 н. р.

Завдання

11 клас

1. Розв'язати рівняння:

$$(5 + 2\sqrt{6})^x + (5 - 2\sqrt{6})^x = 10$$

2. Чи існують натуральні числа a, b, c такі, що

$$(a + b)(b + c)(c + a) = 4242?$$

3. Довести, що якщо у тетраедра сума плоских кутів при трьох вершинах дорівнює 180° , то всі його грані – рівні трикутники.

4. Довести, що, якщо для сторін і кутів деякого трикутника ABC виконується рівність $b + c = \operatorname{tg} \frac{\angle A}{2} (b \cdot \operatorname{tg} \angle B + c \cdot \operatorname{tg} \angle C)$, то трикутник ABC рівнобедрений.

5. Маємо аркуш паперу. Його розрізають на 8 або 12 частин. Кожну з частин, яку дістають після розрізання аркуша, знову розрізають на 8 чи 12 частин або залишають без змін. Чи можна, продовжуючи таке розрізання, отримати 60 частин аркуша?

*На виконання завдань виділяється 4 години.
Кожна задача оцінюється в 7 балів.
Використання записників, калькуляторів
та інших електронних засобів забороняється.*

14 листопада 2021 року.