

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ГУМАНІТАРНОЇ ПОЛІТИКИ  
ВІННИЦЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ВІЙСЬКОВОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ  
КОМУНАЛЬНИЙ ЗАКЛАД ВИЩОЇ ОСВІТИ  
«ВІННИЦЬКА АКАДЕМІЯ БЕЗПЕРЕРВНОЇ ОСВІТИ»

Другий етап Всеукраїнської олімпіади юних математиків 2023-2024 н. р.

Завдання

**11 клас**

1. Скільки коренів має рівняння  $||x - 1| + 1| - 3| = \frac{2022}{2023}$ ?
2. Доведіть нерівність:  
$$a(b - c)^2 + b(c - a)^2 + c(a - b)^2 + 4abc > a^3 + b^3 + c^3$$
, де  $a, b, c$  – сторони трикутника.
3. У шестицифровому числі Леся поставила знак добутку після перших трьох цифр і виявилось, що цей добуток двох трицифрових чисел у сім разів менший від початкового числа. Знайдіть усі можливі шестицифрові числа, які задовольняють цю умову.
4. Нехай  $ABC$  – гострокутний трикутник у якого  $AB > AC$ , точка  $D$  вибрана на стороні  $AB$  таким чином, що  $\angle ACD = \angle CBD$ . Позначимо через  $E$  середину відрізка  $BD$ , а через  $S$  – центр описаного кола трикутника  $BCD$ . Доведіть, що точки  $A; E; S; C$  лежать на одному колі.
5. Дно прямокутної коробки викладено плитками розміром  $2 \times 2$  та  $1 \times 4$ . Плитки висипали з коробки і загубили одну плитку  $2 \times 2$ . Замість неї дістали плитку розміром  $1 \times 4$ . Доведіть, що викласти тепер дно коробки не вдасться.

*На виконання завдань виділяється 4 години.  
Кожна задача оцінюється в 7 балів.  
Використання записників, калькуляторів  
та інших електронних засобів забороняється.*

4 листопада 2023 року.