

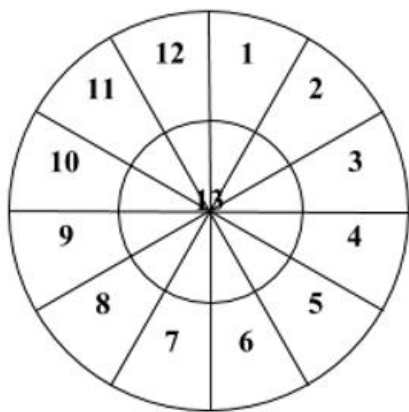
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ГУМАНІТАРНОЇ ПОЛІТИКИ  
ВІННИЦЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ВІЙСЬКОВОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ  
КОМУНАЛЬНИЙ ЗАКЛАД ВИЩОЇ ОСВІТИ  
«ВІННИЦЬКА АКАДЕМІЯ БЕЗПЕРЕРВНОЇ ОСВІТИ»

Другий етап Всеукраїнської олімпіади юних математиків 2023-2024 н. р.

Завдання

**10 клас**

1. У класі 41 учень. Під час диктанту один із них зробив 13 помилок, а всі інші – менше. Довести, що знайдуться 4 учні, які зробили однакову кількість помилок.
2. Довести нерівність  $\frac{ab}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{bc}{a} \geq a + b + c$ , якщо  $a, b, c$  більші від 0.
3. Позначимо через  $P(n)$  та  $S(n)$  відповідно добуток та суму цифр натурального числа  $n$ . Наприклад,  $P(133) = 9$ ,  $S(133) = 9$ . Знайти всі двоцифрові числа  $n$ , для яких справджується рівність:  $n = P(n) + S(n)$
4. Довести, що сума медіан трикутника менше периметра, але більше півпериметра трикутника.
5. У скільки способів можна розфарбувати всі 13 частин фігури (див. малюнок) у три кольори так, щоб жодні дві частини, пофарбовані однаково, не мали спільної межі? Два розфарбування вважаються різними, якщо хоча б одна з 13 частин пофарбована по-різному.



*На виконання завдань виділяється 4 години.  
Кожна задача оцінюється в 7 балів.  
Використання записників, калькуляторів  
та інших електронних засобів забороняється.*

4 листопада 2023 року.